

© International Baccalaureate Organization 2026

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2026

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2026

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.



## Mathematik: Analyse und Ansätze Leistungsstufe 2. Klausur

15. Mai 2026

Zone A Vormittag | Zone B Vormittag | Zone C Vormittag

Prüfungsnummer

2 Stunden

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

### Hinweise für die Schüler und Schülerinnen

- Schreiben Sie Ihre Prüfungsnummer in die Felder oben.
- Öffnen Sie diese Prüfungsklausur erst nach Aufforderung.
- Für diese Klausur wird ein grafikfähiger Taschenrechner (GTR) benötigt.
- Teil A: Beantworten Sie alle Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden.
- Teil B: Beantworten Sie alle Fragen im beigefügten Antwortheft. Tragen Sie Ihre Prüfungsnummer auf der Vorderseite des Antworthefts ein und heften Sie es mit dieser Prüfungsklausur und Ihrem Deckblatt mit Hilfe der beiliegenden Klammer zusammen.
- Sofern in der Frage nicht anders angegeben, sollten alle numerischen Antworten entweder exakt oder auf drei signifikante Stellen genau angegeben werden.
- Für diese Klausur ist ein unverändertes Exemplar der **Formelsammlung zu Mathematik: Analyse und Ansätze LS** erforderlich.
- Die Höchstpunktzahl für diese Prüfungsklausur ist **[110 Punkte]**.



Für eine richtige Antwort ohne Rechenweg wird möglicherweise nicht die volle Punktzahl anerkannt. Die Antworten müssen durch einen Rechenweg bzw. Erläuterungen ergänzt werden. Lösungen, die mit einem grafikfähigen Taschenrechner (GTR) berechnet werden, sollten von einem passenden Rechenweg begleitet werden. Wenn Sie zum Beispiel Graphen zum Finden einer Lösung verwenden, sollten Sie diese als Teil Ihrer Antwort skizzieren. Bei falschen Antworten können ggf. Punkte für die richtige Methode vergeben werden, sofern dies durch einen schriftlichen Rechenweg erkennbar wird. Deshalb sollten Sie alle Rechenwege offenlegen.

## Teil A

Beantworten Sie **alle** Fragen. Die Antworten müssen in die dafür vorgesehenen Felder geschrieben werden. Bei Bedarf kann der Rechenweg unterhalb der Zeilen fortgesetzt werden.

### 1. [Maximale Punktzahl: 6]

Die folgende Tabelle zeigt die Anzahl der Bücher, die eine Gruppe von Schülern an einer bestimmten Schule in einem Monat gelesen hat.

| Gelesene Bücher | Häufigkeit |
|-----------------|------------|
| 0               | 3          |
| 1               | 8          |
| 2               | 12         |
| 3               | 15         |
| 4               | 10         |
| 5               | 7          |
| 6               | 4          |
| 7               | 1          |

(a) Notieren Sie den Modalwert. [1]

(b) Finden Sie

(i) den Durchschnittswert;

(ii) den Median;

(iii) die Standardabweichung. [3]

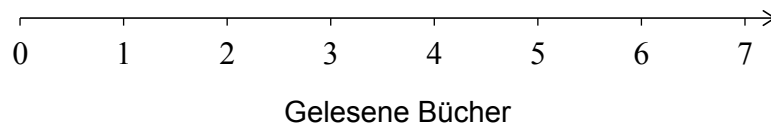
(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)



**(Fortsetzung Frage 1)**

- (c) Zeichnen Sie auf der folgenden Skala ein Box- und Whisker-Diagramm, das die Anzahl der gelesenen Bücher darstellt.

[2]



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



16EP03

Bitte umblättern

2. [Maximale Punktzahl: 6]

Ein geschlossener zylindrischer Behälter hat den Grundflächenradius  $r$  cm und die Höhe  $h$  cm. Der Behälter hat ein Volumen von  $500 \text{ cm}^3$ .

(a) Zeigen Sie, dass  $h = \frac{500}{\pi r^2}$ . [1]

Die gesamte äußere Oberfläche des Zylinders sei  $A \text{ cm}^2$ .

(b) Zeigen Sie, dass  $A = 2\pi r^2 + \frac{1000}{r}$  ist. [2]

(c) Lösen Sie die folgenden Teile mit Hilfe eines Graphen oder auf andere Weise:

(i) Finden Sie den kleinsten Wert von  $A$ .

(ii) Notieren Sie den zugehörigen Wert von  $r$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



**3.** [Maximale Punktzahl: 5]

Die Geschwindigkeit  $v$  (in  $\text{m s}^{-1}$ ) eines Teilchens zum Zeitpunkt  $t$  Sekunden sei

$$v = 10 \left( \frac{t^2}{5} - e^{-0,2t} \right) \text{ für } t \geq 0.$$

- Finden Sie die Anfangsgeschwindigkeit des Teilchens. [1]
- Finden Sie die Wegstrecke, die das Teilchen in den ersten fünf Sekunden zurücklegt. [2]
- Finden Sie den Zeitpunkt, an dem die Beschleunigung des Teilchens  $19,3 \text{ m s}^{-2}$  beträgt. [2]

[illegible]

4. [Maximale Punktzahl: 6]

Betrachten Sie eine binomiale Zufallsvariable  $X$ , für die gilt:  $X \sim B(15, p)$ , mit  $p \neq 0$ .

Der Durchschnittswert der Verteilung ist dreimal so groß wie die Standardabweichung.

(a) Finden Sie  $p$ . [3]

(b) Finden Sie  $P(X = 9 | X > 6)$ . [3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Maximale Punktzahl: 5]

Der Teil der Kurve von  $y = \frac{20}{x+1}$  zwischen Punkt A(1, 10) und Punkt B(4, 4) wird um  $360^\circ$  um die  $y$ -Achse gedreht und bildet so einen Rotationskörper.

Finden Sie das Volumen dieses Körpers.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



6. [Maximale Punktzahl: 5]

Eine stetige Zufallsvariable  $X$  weist die folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion auf:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{a}, & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \quad \text{für } a > 0.$$

(a) Finden Sie den genauen Wert von  $a$ .

[2]

(b) Finden Sie  $\text{Var}(X)$ .

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Maximale Punktzahl: 6]

Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$2x - y + z = 1$$

$$2x - 3y - z = 3$$

$$4x - 3y + z = k$$

- (a) Finden Sie den Wert von  $k$ , für den das Gleichungssystem unendlich viele Lösungen hat.

[3]

Betrachten Sie nun den in Teil (a) gefundenen Wert von  $k$ .

- (b) (i) Interpretieren Sie dieses Ergebnis geometrisch.  
(ii) Drücken Sie die Lösung des Gleichungssystems in Parameterform aus.

[3]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

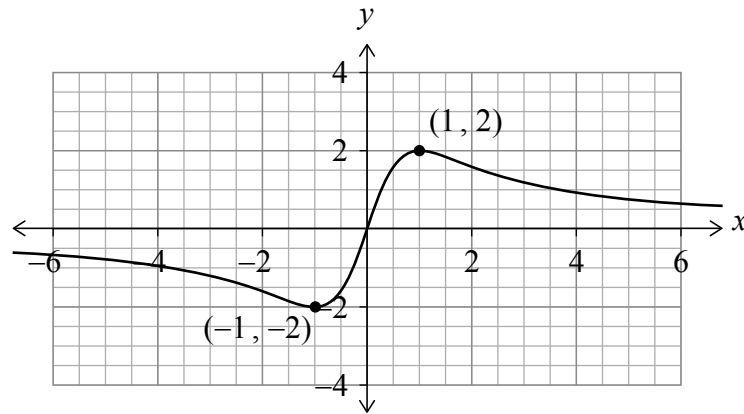


**8. [Maximale Punktzahl: 8]**

Betrachten Sie die durch  $f(x) = \frac{ax}{bx^2 + c}$  definierte Funktion für  $x \in \mathbb{R}$ , mit  $a, b, c > 0$ .

[2]

Der Graph von  $y = f(x)$  ist nachfolgend dargestellt. Der Punkt  $(1, 2)$  ist ein lokales Maximum, und der Punkt  $(-1, -2)$  ist ein lokales Minimum.



(b) (i) Zeigen Sie, dass  $b = c$  und  $a = 4b$  gilt.

[6]

[illegible]

9. [Maximale Punktzahl: 8]

(a) Zeigen Sie, dass  $\frac{\cos x}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)} \equiv \sec x$ , mit  $x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ . [2]

(b) Finden Sie  $\int \sec x \, dx$  mit Hilfe des Ergebnisses aus Teil (a) und der Substitution  $u = \sin x$ . [6]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Bitte schreiben Sie **nicht** auf dieser Seite.

Antworten, die auf dieser Seite geschrieben  
werden, werden nicht bewertet.



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

### Teil B

Beantworten Sie **alle** Fragen im beigefügten Antwortheft. Bitte beginnen Sie jede Frage auf einer neuen Seite.

**10.** [Maximale Punktzahl: 15]

Das Gewicht roter Kartoffeln ist normalverteilt mit dem Durchschnittswert 173 Gramm und der Standardabweichung 21 Gramm.

(a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte rote Kartoffel

(i) weniger als 180 Gramm wiegt;

(ii) zwischen 180 Gramm und 200 Gramm wiegt;

(iii) zwischen 180 Gramm und 200 Gramm wiegt, unter der Bedingung, dass sie mehr als 180 Gramm wiegt.

[6]

Das Gewicht violetter Kartoffeln ist normalverteilt mit dem Durchschnittswert  $\mu$  Gramm und der Standardabweichung  $\sigma$  Gramm.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine violette Kartoffel weniger als 170 Gramm wiegt, beträgt 0,62102.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine violette Kartoffel zwischen 170 Gramm und 180 Gramm wiegt, beträgt 0,23799.

(b) Finden Sie den Durchschnittswert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  von violetten Kartoffeln.

[6]

Joli hat einen Beutel roter Kartoffeln und einen Beutel violetter Kartoffeln.

Joli wählt zufällig eine Kartoffel aus jedem Beutel aus.

(c) Finden Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens eine dieser Kartoffeln mehr als 180 Gramm wiegt.

[3]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

**11.** [Maximale Punktzahl: 21]

Betrachten Sie die Punkte  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(2, -1, 5)$  und  $C(4, 1, 3)$ .

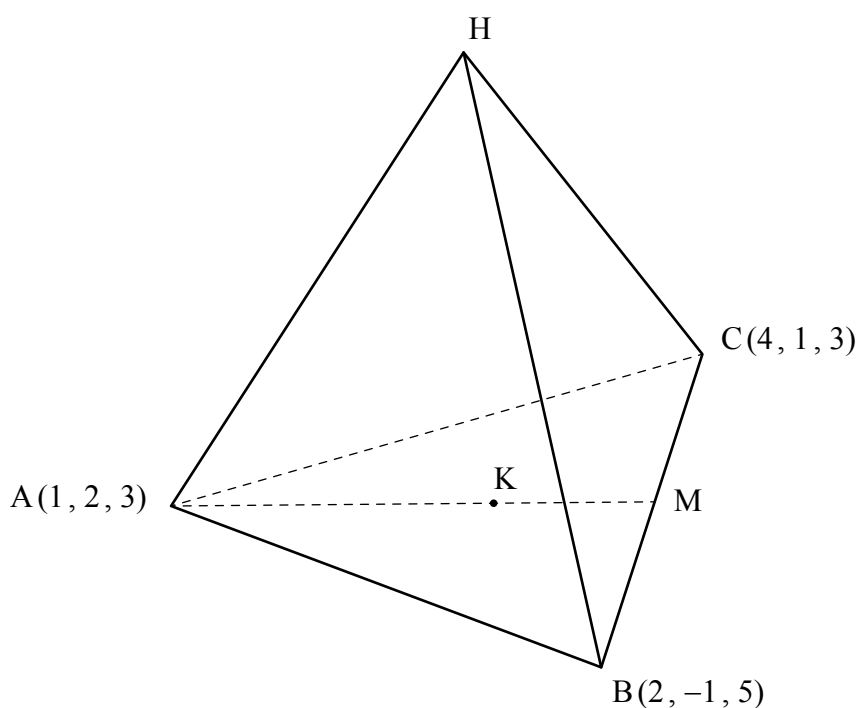
(a) (i) Finden Sie  $\vec{AB} \times \vec{AC}$ .

(ii) Finden Sie unter Nutzung der Vorarbeit oder auf andere Weise den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC$ .

[5]

Die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $C$  bilden die dreieckige Grundfläche einer geraden Pyramide mit der Spitze  $H$ . Dies ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

**Abbildung nicht maßstabsgerecht**



$M$  ist der Mittelpunkt von  $[BC]$ , und der Punkt  $K$  liegt auf  $[AM]$  so, dass  $\vec{AK} = \frac{2}{3} \vec{AM}$ .

(b) Zeigen Sie, dass  $K$  die Koordinaten  $\left(\frac{7}{3}, \frac{2}{3}, \frac{11}{3}\right)$  hat.

[3]

**(Auf die vorliegende Frage wird auf der nächsten Seite weiter eingegangen)**



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

**(Fortsetzung Frage 11)**

Die Ebene  $\Pi$  enthält die Punkte A, B und C.

Die Koordinatengleichung von  $\Pi$  lautet  $x + 3y + 4z = 19$ .

Die Gerade  $L_1$  ist senkrecht (orthogonal) zu  $\Pi$  und geht durch K.

(c) Notieren Sie eine Vektorgleichung von  $L_1$  in der Form  $\mathbf{r} = \mathbf{p} + s\mathbf{d}$ , mit  $s \in \mathbb{R}$ . [1]

Der Punkt  $H\left(2, -\frac{1}{3}, \frac{7}{3}\right)$  liegt auf  $L_1$ .

(d) Finden Sie das Volumen der Pyramide ABCH. [3]

Die Gerade  $L_2$  hat die Vektorgleichung  $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ , mit  $t \in \mathbb{R}$ .

Der Winkel  $\alpha$  sei der spitze Winkel, den  $L_2$  mit  $\Pi$  bildet.

(e) Finden Sie  $\alpha$ , gerundet auf den nächsten vollen Grad. [3]

(f) Zeigen Sie, dass die Geraden  $L_1$  und  $L_2$  windschief sind. [6]



Schreiben Sie **keine** Lösungen auf diese Seite.

12. [Maximale Punktzahl: 19]

Betrachten Sie die Funktion  $f(x) = 2 \arctan(x-1) + \frac{\pi}{2}$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .

(a) Skizzieren Sie den Graphen von  $y = f(x)$ , und geben Sie alle Asymptoten mit ihren Gleichungen deutlich an. [3]

(b) (i) Beschreiben Sie eine Folge von Abbildungen, die den Graphen von  $y = \arctan x$  in den Graphen von  $y = 2 \arctan(x-1) + \frac{\pi}{2}$   $x \in \mathbb{R}$  überführen.

(ii) Notieren Sie die Koordinaten des Wendepunkts des Graphen von  $y = f(x)$ . [4]

(c) (i) Finden Sie  $f^{-1}(x)$  und geben Sie den zugehörigen Definitionsbereich an.

(ii) Finden Sie die Koordinaten des Schnittpunkts der Graphen von  $y = f(x)$  und  $y = f^{-1}(x)$  für  $x > 0$ . [6]

(d) Finden Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von  $y = f(x)$  an der Stelle  $x = 3$ . [2]

Diese Tangente schneidet den Graphen von  $y = f(x)$  im Punkt P.

(e) (i) Finden Sie die Koordinaten von P.

(ii) Finden Sie den Flächeninhalt der von der Tangente und dem Graphen von  $y = f(x)$  eingeschlossenen Fläche. [4]

**Disclaimer:**

Die bei IB-Prüfungen verwendeten Inhalte entstammen häufig Originalwerken von Dritten. Die in ihnen geäußerten Meinungen sind die der jeweiligen Autoren oder Autorinnen und/oder Herausgeber und Herausgeberinnen und geben nicht notwendigerweise die Ansichten von IB wieder. Unternehmen, Produkte oder Personen, die in der Vorlage genannt werden, sind manchmal fiktiv; jede Ähnlichkeit mit tatsächlichen Einrichtungen ist rein zufällig. Alle enthaltenen anerkannten Marken™ oder registrierten Marken® werden nur zur Veranschaulichung verwendet, und die Verwendung impliziert keine Zugehörigkeit zum International Baccalaureate oder eine Befürwortung durch dieses.

